12ª lista de exercícios
Estatística Básica: Diferença de médias

Professora: Thelma Sáfadi

1- Os dados a seguir referem-se às mensurações da glicose arterial em mM em amostras independentes de animais (ruminantes) tratados e não tratados (controle) com o medicamento Phlorizin.

Quantidades	Controle (Não tratados)	Tratados (Phlorizin)
n_i	10	14
$\bar{X}_i$	3,21	3,11
S_i^2	0,85	0,80

Você diria, no nível de 5%, que há diferença do teor médio de glicose arterial entre o controle e os animais tratados com Phlorizin? Considere as variâncias populacionais iguais. Tire as conclusões de interesse.

2- Neste mesmo trabalho Bauer et al. (1995) estudando o efeito do Phlorizin no fluxo do sangue arterial obtiveram os seguintes resultados em 1/h.

Quantidades	Controle (Não tratados)	Tratados (Phlorizin)
n_i	10	14
$\bar{X}_i$	94	120
S_i^2	4	36

Aplicar o teste de hipótese H_0: $\mu_1 - \mu_2 = 0$, considerando o valor nominal de significância (α =5%), para verificar se existem diferenças entre as médias do fluxo de sangue arterial na população controle e tratadas com Phlorizin. Considere as variâncias populacionais heterogêneas. Tire as conclusões de interesse.

Informações:

Os graus de liberdade para a distribuição da estatística, no caso de variâncias homogêneas, é $v = n_1 + n_2 - 2$

Os graus de liberdade para a distribuição da estatística, no caso de variâncias heterogêneas é $v = \frac{\left(\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{\left(\frac{S_1^2}{n_1}\right)^2}{n_1 - 1} + \frac{\left(\frac{S_2^2}{n_2}\right)^2}{n_{2-1}}}$.

Dados: $t_{0;025;v=22} = 2;074$ e $t_{0;025;v=17} = 2,110$

$\mu \quad \sigma \quad \bar{X} \quad \sigma_{\bar{X}}^2 \quad v$

12ª lista de exercícios
Estatística Básica: Diferença de médias

Professora: Thelma Sáfadi

1) A hipótese de interesse é dada por

$H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$ vs $H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq 0$

Como neste caso as variâncias são consideradas homogêneas, a variância comum S_p^2 é dada por :

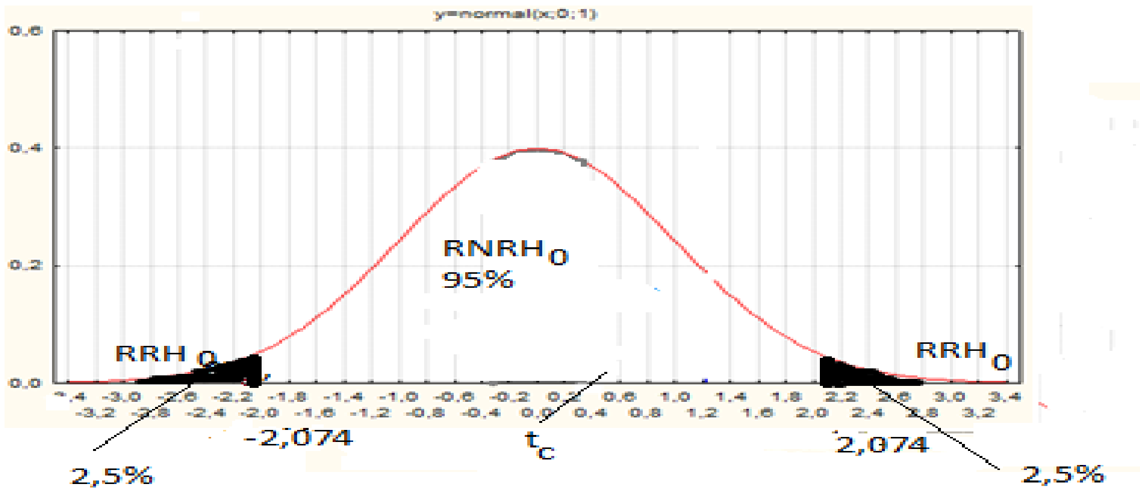
$$S_p^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 \quad + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 \ - 2} = \frac{9 \ x\, 0{,}85 + 13x\, 0{,}80}{22} = 0{,}8205$$

A estatística do teste é:

$$t_c = \frac{X_1 - X_2 - 0}{\sqrt{S_p^2(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2})}} = \frac{3{,}21 - 3{,}11 - 0}{\sqrt{0{,}8205(\frac{1}{10} + \frac{1}{14})}} = 0{,}2666.$$

Os graus de liberdade para a distribuição da estatística, no caso de variâncias homogêneas, é v= $n_1 + n_2 \ - 2$= 22.

Assim, a região crítica (região de rejeição da hipótese nula), sabendo-se que $t_{0,025;\ v=22}$= 2,074, é dada por:



Como o valor de t_c pertence a região de não rejeição da hipótese, pelo teste t, com 95% de confiança, a hipótese nula não deve ser rejeitada, ou seja, concluímos que as médias de glicose das populações tratadas e não tratadas são as mesmas, o que indica que o medicamento não tem o efeito de alterar a media de glicose dos animais.

2) A hipótese de interesse, para o fluxo sanguíneo , é dada por

$H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$ vs $H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq 0$

12ª lista de exercícios
Estatística Básica: Diferença de médias

Professora: Thelma Sáfadi

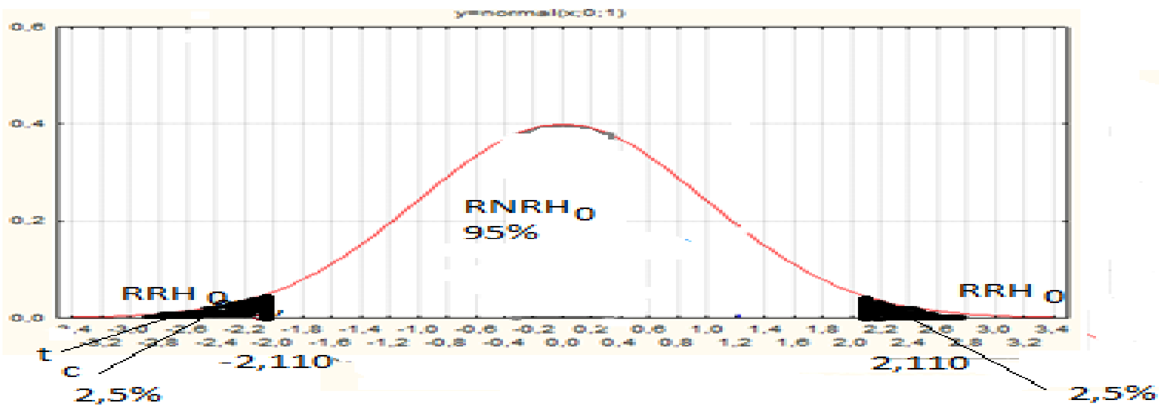
Como neste caso as variâncias são consideradas heterogêneas, e não devemos e nem podemos estimar uma variância comum S_p^2. A estatística do teste é:

$$t_c = \frac{X_1 - X_2 - 0}{\sqrt{\left(\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}\right)}} = \frac{94 - 120 - 0}{\sqrt{\left(\frac{4}{10} + \frac{36}{14}\right)}} = -15{,}083$$

Os graus de liberdade para a distribuição da estatística, no caso de variâncias heterogêneas é

$$v \approx \frac{\left(\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{\left(\frac{S_1^2}{n_1}\right)^2}{n_1 - 1} + \frac{\left(\frac{S_2^2}{n_2}\right)^2}{n_2 - 1}} \approx \frac{\left(\frac{4}{10} + \frac{36}{14}\right)^2}{\frac{\left(\frac{4}{10}\right)^2}{10-1} + \frac{\left(\frac{36}{14}\right)^2}{14-1}} = 16{,}77 \approx 17.$$

Assim, a região crítica (região de rejeição da hipótese nula), sabendo-se que $t_{0,025;\ v=17} = 2{,}110$ é dada por :



Como o valor de t_c pertence a região de rejeição da hipótese, pelo teste t, com 95% de confiança, a hipótese nula deve ser rejeitada, ou seja, concluímos que a média do fluxo sanguíneo da população tratada é maior do que a da população não tratada, o que indica que o medicamento tem o efeito de aumentar a média do fluxo sanguíneo dos animais.

OBS: Como sabemos que o efeito, detectado como significativo, foi de aumentar a média e não de diminuir? A resposta para isto é simples: a população não tratada foi a número 1 e a diferença amostral deu negativa, o que pode ser visto pelo valor negativo da estatística, e as medias são diferentes (hipótese nula rejeitada), então concluímos que a média da população tratada é maior.

OBS: lista obtida do site do professor Daniel Ferreira.