Departamento de Ciências Exatas- UFLA

4a Lista de Exercícios Práticos   Amostragem

1) Uma população é formada de N = 35 árvores de uma determinada espécie, pertencentes a um parque ecológico,que possuem os seguintes diâmetros a altura do peito em cm (DAP):

25, 20, 35, 21, 22, 22, 24, 25, 30, 38, 24, 20, 21, 25, 20, 15, 25, 23, 20, 24, 28, 24, 24, 22, 28, 26, 23, 19, 22, 27, 25, 23, 28, 27, 42.

Com o objetivo de estimar o DAP (diâmetro a altura do peito) médio, como você extrairia uma amostra simples ao acaso, de tamanho n = 10 desta população? Dê todos os detalhes e estime a média. Compare com a média da população, determinando o erro relativo de estimação percentual por er= $\frac{(\bar{X}-\mu)}{\mu}$ x100%

Quantas amostras de tamanho n = 10 podemos extrair desta pequena população, considerando amostragem com reposição e sem reposição? Dê sua opinião sobre estes valores.

2) Os dados apresentados a seguir referem-se às variações de pesos corporais em N = 20 ratos em g/animal. Os dados foram avaliados em raças endogâmicas pequenas de ratos e em fêmeas, com o objetivo de fazer uma caracterização genética. Supondo que as N = 20 fêmeas constituam toda a população, para fins de treinamento, faça amostras de
10%, 30%, 50% e 60% do tamanho populacional e estime o erro (%) em cada caso por
er= $\frac{(\bar{X}-\mu)}{\mu}$ x100% para o peso das fêmeas. Comente sobre os resultados obtidos.

Peso de ratos em g (fêmeas)			
15,77	21,47	19,17	17,40
17,76	21,65	17,90	20,38
14,45	22,71	17,51	15,37
19,19	17,93	19,62	19,87
18,47	19,14	15,99	22,30

3) Uma empresa agrícola tem N = 3414 empregados subdivididos nos seguintes setores:

Setores (h)	Número de funcionários (Nh)
Administrativo	314
Transporte	948
Campo	1.451
Outros	701
Total	3.414

Para se estudar o nível salarial médio da empresa, resolveu-se fazer uma amostra de n = 180 funcionários. Você julga que a ASA, seria apropriada, para este caso? Se não for, o que você recomendaria? Dê todos os detalhes do dimensionamento da amostra.

Se no exercício anterior , as médias em L=4 estratos fossem dadas respectivamente por $(\bar{X}_h)$. Estime a média da população considerando o dimensionamento de amostra obtido no exercício anterior.

Setores (h)	Número de funcionários (amostrais) (n_h)	$(\bar{X}_h)$
Administrativo	n_1 =	2545,00
Transporte	n_2=	480,00
Campo	n_3=	680,00
Outros	n_4=	987,00
Total	n=180	

Resolução

1) Podemos extrair uma amostra de tamanho n=10, **sem reposição**, da seguinte forma: Enumerando a população de 1 a N = 35 e sorteando n = 10 números aleatórios entre 1 e 35. Se algum destes números se repetir, sorteamos outro número.
Estes números representam as n = 10 árvores sorteadas. Registramos seu DAP para formamos nossa amostra. Convém enfatizar que em uma situação real, temos apenas o diâmetro das árvores que foram amostradas. Neste exemplo temos todos os DAPs, pois é um exemplo didático. Sorteamos um número # da árvore, da seguinte forma: numeramos os dados da população e sorteamos 10.

Fizemos isso para o exemplo, considerando n = 10 e obtivemos a seguinte amostra:
15, 22, 21, 25, 19, 25, 20, 21, 24, 26.
Cada aluno, utilizando um processo aleatório de sorteio irá produzir uma amostra diferente. A média desta amostra é dada por:
$\bar{X}$= (15+ ... +26)/10 = 21,8.
A média da população é dada por
μ = (25+20+...+ 42)/35 = 24,77143.
Assim, o erro relativo foi: er =100 $\overline{(X}$- μ)/ μ% = - 11,99539%
Assim, erramos para menos 11,9954%, ou seja, nossa amostra subestimou a média da população.
O número possível de amostras de tamanho n = 10, **sem reposição**, dessa população é dado por
$\binom{N}{n} = \binom{35}{10}$ =183.579.396.
Podemos observar que o número de amostras de tamanho n = 10 extraída sem reposição de uma população de tamanho N = 35 é muito grande, ou seja, de aproximadamente 184 milhões de possibilidades.
Com reposição esse número é de N^n = 35^{10} = 2,76 x 10^{15}: Assim, em populações reais, este número é extremamente grande, refletindo a complexidade dos processos de amostragem.

2) A média populacional do peso de ratos é μ = (15,77 + 21,47 + : : : + 22,30)/20 = 18,7025. Para obtermos os erros relativos a cada tamanho de amostra, construímos a seguinte tabela contendo as amostras sorteadas de cada tamanho (sem reposição) e a estimativa da média.

Tamanho(n)	Amostra	$\bar{X}$	er%
2	21,47;20,38	20,9250	11,88
6	17,93;19,87; 17,40; 19,19; 15,37; 18,47	18,0383	-3,55%
10	17,93; 17,51; 17,40; 18,47; 17,90; 14,45; 15,37;22,71; 20,38; 19,17	18,1290	-3,07%
12	15,77; 19,62; 2,30; 14,45; 22,71; 8,47; 19,14;15,99; 19,17; 15,37; 17,90; 17,40	18,1908	-2,74%

Verificamos que existe uma “tendência” do valor absoluto do erro decrescer na medida em que o tamanho da amostra n aumenta.

3) Como a população possui, possivelmente, uma heterogeneidade de salários entre os diferentes estratos a ASA não é apropriada. Devemos fazer uma amostragem estratificada, que, no caso, deve ser a AE proporcional. A amostra deve ser dimensionada em cada estrato considerando seu tamanho, ou seja, quanto maior o estrato populacional, maior deve ser a amostra naquele estrato. O dimensionamento segue a seguinte expressão: nh = n(Nh/N). Assim, para o primeiro estrato temos: n1 = n(N1/N)= 180(314/3.414) = 16;55 ~ 17. Para os demais estratos, utilizamos esta fórmula e obtivemos os seguintes resultados

Setores (h)	Número de funcionários (amostrais) (n_h)	$(\bar{X}_h)$
Administrativo	$n_1 =$ 17	2545,00
Transporte	$n_2=$ 50	480,00
Campo	$n_3=$ 76	680,00
Outros	$n_4=$ 37	987,00
Total	n=180	

A média da população utilizando as médias de cada estrato é dada por

$$\mu = \frac{314x2545 + \cdots. +701x987}{3414} = 859{,}03$$

a média da amostra é

$$\bar{X} = \frac{17x2545 + 50x480 + \cdots + 37x987}{180} = 863{,}69$$