UNIVERSIDADE FEDERAL DE LAVRAS – UFLA
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS – DEX
GEX112 – ESTATÍSTICA BÁSICA
9ª AULA PRATICA
DISTRIBUIÇÃO AMOSTRAL DA MÉDIA

1- Uma variável aleatória X tem distribuição normal, com média μ=100 e desvio padrão 10 g.
   a) Qual a P(90<X<110)?
   b) Se $\bar{X}$ for a média de uma amostra de 16 elementos retirados dessa população, calcule P(90<$\bar{X}$<110).
   c) Que tamanho deveria ter a amostra para que P(90<$\bar{X}$<110)=0,95?

2- O tempo de vida de uma lâmpada possui distribuição norma com média $\mu = 8000$ horas e variância $\sigma^2 = 4000$. Pergunta-se:
   a) Qual a probabilidade de se encontrar uma lâmpada com mais de 8100 horas?
   b) Qual a probabilidade de se encontrar uma lâmpada com menos de 7800 horas?
   c) Se fosse realizada uma amostra dessa população de tamanho n=25 lâmpadas, qual seria a probabilidade da média da amostra ter mais de 8100 horas? Qual a probabilidade dessa amostra ter média inferior a 7800 horas de duração?

3- Uma v.a. X tem distribuição normal com média 10 e desvio padrão 4. Aos participantes de um jogo é permitido observar uma amostra de qualquer tamanho e calcular a média amostral. Ganha um prêmio aquele cuja média amostral for maior que 12.
   a) Se um participante escolher uma amostra de tamanho 16, qual é a probabilidade de ele ganhar um prêmio?
   b) Escolha dois tamanhos de amostra diferentes de 16 para participar do jogo. Qual é a probabilidade de você ganhar um prêmio em cada caso?
   c) Baseado nos resultados acima, qual é o melhor tamanho de amostra para participar do jogo?

4- Considere o conjunto formado pelos valores A= {1,2,3}.
   a) Calcule a média e a variância de A.
   b) Encontre todas as amostras possíveis de dois elementos com reposição. Encontre a média e a variância amostral.
   c) Encontre todas as amostras possíveis de dois elementos sem repetição. Encontre a média e a variância amostral.
   d) O que pode ser concluído sobre a média e variância amostral?

1) μ = 100; σ=10
   a) P(90<X<110)=P((90-100)/10<Z<(110-100)/10)=
      P(-1<Z<1)=2P(0<Z<1)= 2(0,3413)=0,6826.

   b) n=16 , $\sigma_{\bar{X}}^2$= σ^2/n=100/16; $\sigma_{\bar{X}} = \frac{10}{4} = 2{,}5$; $\mu_{\bar{X}} = \mu = 100$
      P(90<$\bar{X}$<110) = P[(90-100]/2,5<Z<[110-100]/2,5)=P(-4<Z<4)=
      2P(0<Z<4)=1,0.

   c) P(90<$\bar{X}$<110) = P[(90-100]/(10/$\sqrt{n}$)<Z<[110-100]/ (10/$\sqrt{n}$))=
      P(-$\sqrt{n} < Z < \sqrt{n}$)=0,95
      P($0 < Z < \sqrt{n}$)=0,475 logo $\sqrt{n} = 1{,}96$ ou seja n=4.

2) μ=8000, σ^2 =4000
   a) P(X>8100)=P(Z> (8100-8000)/ $\sqrt{4000}$)=P(Z>1,58)=
      0,5 –P(0<Z<1,58)= 0,5-0,4429=0,057

   b) P(X<7800)= P(Z< (7800-8000)/ $\sqrt{4000}$)=P(Z<-3,16)=
      0,5-P(0<Z<3,16)=0,5-0,4992=0,0008.

   c) n=25 lâmpadas , $\mu_{\bar{X}}$ =8000; $\sigma_{\bar{X}}^2 = \frac{4000}{25}$, ; $\sigma_{\bar{X}} = 12{,}65$
      P($\bar{X}$>8100)=P(Z>(8100-8000)/12,65)=P(Z>7,90)=0,5-P(0<Z<7,9)=0

   d) P($\bar{X}$<7800)=P(Z<(7800-8000)/12,65)= P(Z<-15,81)=
      0,5-P(0<Z<15,81)=0

3) μ= 10, σ=4 , $\mu_{\bar{X}} = \mu = 10$; $\sigma_{\bar{X}}^2 = \frac{16}{n}$
   a) n=16; P($\bar{X}$>12)=P(Z>12-10/1)=P(Z>2)=0,5-P(0<Z<2)=0,5-0,4772=
      0,0228=2,28%

   b) supondo n=10 e n=20
      para n=10; P($\bar{X}$>12)=P(Z>12-10/1,60)=P(Z>1,25)=0,5-P(0<Z<1,25)=
      0,5-0,3944=0,1056=10,56%

      Supondo n=20; P($\bar{X}$>12)=P(Z>12-10/0,89)=P(Z>2,25)=
      0,5-P(0<Z<2,25)=0,5-0,4878=0,0122=1,22%

   c) Observa-se que quanto menor ao tamanho da amostra maior a probabilidade de se ganhar o premio, assim sugere-se n=1.

4) A={1,2,3}
   a) μ= 2 , σ^2 =1

   b) B={(1,1); (1,2); (1,3); (2,2); (2,3); (3,3)}; n=6
      Médias= {1; 1,5; 2; 2; 2,5; 3 }

$\bar{X}$= 2; ; $\sigma^2_{\bar{X}} \;\; = \frac{1}{5}\sum_{i=1}^{6}(x_i - \bar{X})^2$ =1/2

c) C={(1,2); (1,3); (2,3)} ;
Médias= {1,5; 2; 2,5}
$\bar{X}$= 2; $\sigma^2_{\bar{X}} \;\; = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{3}(x_i - \bar{X})^2$=1/4.

d) Observa-se que considerando o Teorema Limite Central tem-se
$\mu_{\bar{X}} = \mu$; nos itens b) e c)
e para a variância observamos valores diferentes para amostras com repetição e sem repetição.